

[表紙]

特殊相対性理論の

数学的原理

第1版改訂

藤森弘章 著

$$\prod(c - v_{ij}) = \prod(c + v_{ij})$$

[別紙添付]

謹 呈 『特殊相対性理論の数学的原理』

六十の手習いといいますが、昔とり損ねた杵柄<sup>きねづか</sup>を今度こそ取るべく特殊相対論に正面から立ち向かってみました。出端(でばな)に表紙に載せた美しい式を見つけて大喜びでしたが、幾人かの専門家から、この式は単なる変形にすぎないと腐されました。そのお陰もあって式の意味を深く探っていくと、可換特殊等方変換周回定理と名付ける代数定理に至りました。更にその先の  $2 \times 2$  行列に関する恒等式と、偏角と倍率による行列の表現にまで到達することができました。行列の心得のある方は、ぜひ行列の  $n$  乗および  $1/n$  乗の計算でその切れ味を試してみても戴きたく存じます。

明治文明開化より一世紀半になりますが、いまだに「借り物」の科学を脱してはいません。初等数学または初等物理の範囲で、国産になる要路の定理・公式の類は唯一つも無く、寂しい限りでした。このたび瓢箪から駒で、これらの恒等式や行列の新しい表現(藤森形式)を発見できましたことについて、現代版の算額あるいは「自前」の科学への小標として本書を著した次第です。

特殊相対論の数学的原理も、分かってみれば大学初年の初等線型代数に収まる基本的な事柄です。この程度のことになぜ今まで放置されてきたのか謎ですが、分かった積りの妥協をしないことが鍵でした。現代物理学は往々にして不可解な原理・仮説から出発することがありますが、勇気を出して取り組みれば数学的な構造の解明が進む分野もあることが分かりました。真実は不可思議でも、真理は平凡だからです。

どうぞお手すきの折、お目を止めて頂ければと存じます。

2012年9月

藤森弘章

## まえがき

近代科学がなぜヨーロッパの独壇場のうちに拓けてきたかを鑑みるに、バビロン・エジプト以来の幾何の知識を、基礎から組立て直して集大成した『幾何原本』<sup>100</sup>の遺産を受継いだことに加え、知的冒険という伝統が育んだ懷疑精神（「すべてのことを疑え」デカルト）に因るところ大であらう。明治文明開化以来のわが国の、手っ取り早く外から果実を取り込んでも新種の果樹は育たない、という土壌<sup>108</sup>との落差は大きい。寺田寅彦は相対論について

学説を学ぶものにとってもその完全の程度を批判し不完全な点を認識するは、その学説を理解するために正に努むべき条件の一つである<sup>101</sup>

と自戒し、また「オリジナリティを尊ばない国民性」<sup>102</sup>と自覚してもいる。受け売りが身に染まると、先覚の難を忘れ先陣の勇を失う。異論を排し権威になびく同調体質と、物ごとの全体や本質を離れその形や些事にこだわる目先形式思考は、わが社会風土に通底する積弊である。この究極の弱点<sup>[03,04,05,06,07]</sup>を自反\*0できなかつたことこそが、あの大東亜戦争に盲進し、福島原発が地震と津波に虚を衝かれる、という国家の自滅を招いた。

私は学生時代、特殊相対論の講義に落ちこぼれたが、その言い訳の一つに光速不変の原理\*1と、電磁気学の法則(光速  $c$  は定数)との重複した関係に異論があった。卒業で学問との縁は切れたが、2008年のリーマンショックに立ち至る米国経済激震の余波もあって、計らずも人生の中で“潤沢な自由”という特権を得て、書棚の隅に眠っていた相対論の本を紐解いてみた。ローレンツ変換\*2の丘を越え速度合成定理\*2の峠にさしかかって、昔の別解癖が蘇ってきた。本と違う証明を得て悦に入るというやつである。歳のせいか霞んで見えなくなったダッシュ付きの文字式を、添え字付きの表記に改めながら、教科書の式を逐一書き写していくうちに、ほんのはずみで、まだ見たことのない式が忽然(こっせん)と姿を見せたのである。(この式は読み流すこと)

$$\Pi(c-v_{ij}) = \Pi(c+v_{ij}) \quad \text{ここに } i=1\sim n, j=i+1, i=n \text{ のとき } j=1$$

可換特殊等方変換周回定理の一変形

$$n=3 \text{ で } v_{13}=(v_{12}+v_{23})/(1+v_{12}v_{23}/c^2) \quad \text{速度合成定理}$$

この美しい式の対称性がいずこより由来するかが次なる課題となった。数多くの試行錯誤があった。線型空間における線型変換という観点から、対称性に着目して、不動点と不変量の関係を調べるうちに、ついに可換特殊等方変換周回定理と名付ける定理にたどり着いた。これは正にローレンツ変換と速度合成定理に当たり、座標回転変換における回転角の加法定理をも包むものである。これによると、線型空間の半等方性と慣性系の対等という、より基本的な事柄から相対論が数学的に演繹される、と解釈できた。さらに  $2 \times 2$  行列に関する恒等式が見つかり、時空の対称構造に関する数学的骨格も固まった。

ガリレイに添えて曰く「自然という書物は数学という言語に対称という文法で書かれている」と。またアインシュタイン曰く「数学でこの世界を理解できることこそ最大の神秘である」と。天才は先を急ぐという。ときには論理の飛躍もあるだろう。崖越えの古道を切通すは後世の役目である。

特殊相対論は完成された理論であるとの定説の外皮を剥くことになったが、なにぶんにも半かじりの老骨が、当てずっぽうの思い付きを無手勝流に考え進めたことゆえ、真理を愛する諸賢のご明察を賜りたい。

2011年3月 福島原発爆発で東日本壊滅か\*3, の瀬戸際に腹くる日

藤森 弘章

\*0 自分が自分に反すること、自分と反対の立場から自分を正視すること。

\*1 光速度不変の原理は、光速は光源の運動状態如何によらず一定である、という特殊相対論の第二原理。第一原理は相対性原理。

\*2 特殊相対論の中核をなす二つの公式。

\*3 多くは陸から海に風が吹いていたので命拾いをした。

## 凡 例

- 行列は大文字・斜体( $A$ ), ベクトルは太字・斜体( $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{U}$ )にて示す.
- 定理・補題・問題・研究は章別の通し番号を付けた. 読者が答を考える間は別の通し番号であるが, 流れに沿って目を通しながら進めたい.
- 引用文章中の [...] は訳者または筆者の付け加えた部分である.
- 脚注 (\*) は近くに置きやや小文字とするが, ページをまたぐことがある.
- 問の解, 参考文献 [nn] は巻末に置く.
- フォント // の傾きは MSWord2013 のフォント変更による. 本来は縦二本線.

## 本書の読み方と留意点

- (1) 数式の載る通常の特相対論の教科書, および線型代数学の本を手元に置くか, またはインターネットの関連サイトを参照のこと. [91] [92] [93]
- (2) 立場の違いによる読み方
 

初学者は用語や概念で分からないことがあっても一旦読み進めて, 概念に慣れてから読み返すこと, および手元の教本と読み比べること.

再学習者は概念を明晰に理解し,  $\mathbf{v}_i$  や  $\mathbf{u}$  などの変数の意味を明確に識別し, 前回鵜呑みにした不明の箇所を本書と比較すること.

既理解者は序章を読んだ後, その先をゆっくり沈思熟考してみること.
- (3) 数学の素養は「線型代数の基本」を前提とする. 入口で2次不変関数の定義と構造を理解すれば, その先の偏角・長さ・内積・外積などは自然に導かれる. 「百文は一式に如かず」と数式を多用したが, 初等数学の域を出ない. 線型空間と線型変換の幾何学的構造を知ることが特殊相対論の理解の鍵である.
- (4) 同時刻の相対性: ここは特殊相対論の急所の一つであるが, 分かりやすい水上花火の例で説明した.
- (5) 単純のため2次元時空で考察し, 適宜4次元時空に拡張した.
- (6) 歴史的経緯については凡その沿革が分かる程度に記した. またポアンカレの名著『科学と仮説』<sup>[60]</sup>にある発想と洞察を拝借した.
- (7) 本書のオリジナルの部分は § 1.1 ~ § 1.3, § 2.2 ~ § 2.5, § 4.4 節である.
- (8) 引用文献は邦訳のあるもの以外は孫引きによる.

## 目 次

まえがき	2
目次	5
数式頁初出索引	6
基本用語	7
第1章 序 章	
§ 1.1 速度合成定理の一般形の発見	8
§ 1.2 光速不変の原理による立論の疑問点	11
§ 1.3 発想の粗筋	14
§ 1.4 数学史と物理学史の対照	15
第2章 等方平面の幾何学的構造	
§ 2.1 線型代数の基本	18
§ 2.2 線型変換の不変量	22
§ 2.3 ベクトルの長さとおよび内積・外積および偏角	35
§ 2.4 平面の対称性と座標変換の型	40
§ 2.5 等方平面幾何学	51
第2章まとめ	64
第3章 特殊相対性理論小史	
§ 3.1 天動説と地動説	68
§ 3.2 ガリレイの相対性原理とニュートン力学	71
§ 3.3 光学と電磁気学の発展	80
§ 3.4 エーテルとの苦闘	82
§ 3.5 ポアンカレの提言	93
第4章 特殊相対性理論の誕生と深化	
§ 4.1 ローレンツの解 1904	98
§ 4.2 アインシュタインの解 1905	101
§ 4.3 逐次座標変換による解 1910～	107

§ 4.4 可換特殊等方変換による筆者の解	2011	111
付録 A 線型変換における不動点と不変関数		120
間の解		125
参考文献		126
あとがき		135
索引		139

### 数 式 初 出 頁 索 引

数式	初出頁	索引
(2-1a)	21	(2-1b) 33 (2-1c) 33 (2-1d) 33
(2-2a)	21	(2-1b) 33
(2-5a)	26	(2-5b) 27 (2-5c) 27
(2-7a)	27	(2-7b) 45 (2-7c) 45
(2-8a)	27	(2-8b) 33 (2-8c) 33 (2-8d) 34
(2-8e)	43	(2-9a) 29 (2-9b) 29 (2-9c) 33
(2-9d)	34	(2-9e) 43
(2-10a)	29	(2-10b) 30 (2-10c) 30
(2-11abcde)	30	(2-12a) 33 (2-12b) 34
(2-13a)	34	(2-13b) 43 (2-13c) 43
(2-14a)	36	(2-14b) 36 (2-14c) 36 (2-14d) 37
(2-15a)	36	(2-15b) 36 (2-15c) 37
(2-16abc)	37	(2-18ab) 39 (2-21) 51
(2-22abcde)	52	(2-23ab) 53 (2-24ab) 53

## 基本用語

- 法則 law 一定の条件の下で必ず成立する普遍的関係
- 原理 principle 事象を成り立たせる根本法則
- 理論 theory 個々の事柄や認識を統一的に説明する体系的知識
- 定義 definition ある概念についてその本質的属性を明確にしたもの
- 公理 axiom 自明な事柄で、それを出発点として他の命題を証明する基本命題
- 仮説 hypothesis ある現象を統一的に説明するため、立てた仮定
- 公準・要請・仮定 postulate 自明とまではいえない基本的前提  
論理上は公理と仮説の違いはない
- 定理 theorem 定義と公理だけから論理的に証明される重要な命題  
本書では公理・原理から証明できるものは、すべて定理とした
- 補題 lemma 補助定理
- 命題 proposition 真偽の判断の対象となる文章
- 慣性系 inertial system, inertial frame 回転がなく等速直線運動する系
- 座標系 coordinate system 空間点と座標軸の座標点とを対応させる仕組み
- 慣性座標系 inertial coordinate system(frame) 慣性系に座標系を定めたもの
- 座標変換 coordinate transformation 一つの図形を別の座標系に表現し直すこと
- 基準系 reference frame 基準とする慣性座標系
- 運動系 motional frame 基準系から見て一定速度で動いている慣性座標系
- 並進 translation 回転のない平行移動のこと、併進ともかく
- 運動学 kinematics 物理現象を表現するための数学的な枠組み
- 力学 dynamics 物体間の力とそれによる運動や保存量が主対象
- 公式・式 formula 物事の関係を表わした数式
- 方程式 equation 式のなかの未知数が特定の値をとるときにだけ成立する等式
- 関数 function 関数  $f(x,y)$  は  $(x,y)$  に対する対応の形を表わす。広くは写像と同じ
- 不変関数 invariant function 関数に変換操作をしても形が変わらない関数
- 不変 invariant 変わらないこと、一定であること
- 普遍 universal すべてのものに共通すること
- 普遍速度 universal speed いずれの慣性系においても等しい速度
- 限界普遍速度 いずれの慣性系においても等しい最高速度
- 光速度不変 光速度は光源の動く速さに依らず一定である
- 光速度普遍 光速度はいずれの慣性系においても等しい普遍定数である

- 全等方性 ユークリッド空間のように全点が全方向に等方的な空間の性質
- 半等方性 時空のように空間は等方的であるが、時間は一方的な空間の性質
- 空間 **space** a 時間と対比した空間，時空における空間軸  
(広義) b 数学的空間の概念で，時間を含めた時空も空間という
- 平面 **plane** 2次元空間または2次元時空をいう
- 
- 見える 像が目に入る，目に映る
- みえる 個別事象を見て，全体との整合を以て判断する
- 観測する 一つの系で発生した事象のデータを得る，局所的な事象を見る
- 認識する 物事を見分け判断し，大局的に理解する
- という 一般に言われている
- とよぶ 本書ではこう呼ぶ

## あとがき

明治文明開化より一世紀半になる今日、わが国は技術面では移植と改善により、多くの分野において欧米と踵(きびむ)を接するまでに来た。しかし伝統への造反が不可欠である科学においては未だ「借り物」の域を出ていない。ここ 150 年の総括は和魂洋才の誤算である。せつかくのベルツの忠告<sup>[98]</sup>を自覚せず「科学の精神」未だしである。

終戦直後(1945 年 9 月)の講演を『敗戦真相記』<sup>[30]</sup>と題して出版した本に、将来の日本を占ってほとんどを当てているが、一つだけ大外れがある。それは「日本は世界有数の文化国家になる」という予想である。これは目標でもあった。その到達した所は「世界有数のバブル破裂国家」と「世界一二の原発汚染国家」である。これは決して偶然や不可抗力ではない。「自由な思考を社会が抑制し個人は自覚を欠く」という中世残滓社会の悲劇である。

このたび表紙に載せた美しい式を偶然見つけたので、数式と物理を主題とするインターネットの掲示板に投稿した<sup>[98]</sup>。この式の意味についての議論と究明を期待したからである。ところが何と論点は一つに集中した。即ちこれがいかに「公式」に値しないものであるかの大合唱であった。何か新しいことを許さない、という天地を限られた島国根性が深層から顔を出す。同じことを後日、米国の相対論の掲示板に投稿した<sup>[99]</sup>。雰囲気はまったく違った。早速学生に出題しようという人、美しい式だと言う人、何の役に立つのかと問う人、式の形はこうした方がよいと提案する人、みな前向きなのである。

その後  $2 \times 2$  行列に関する恒等式や、倍率と偏角による表現形式を発見し、かのヒトラーの指弾<sup>[97]</sup>に一矢報いることができたのは本懐である。

国難である。あの日米戦で「科学なき者の最後」\*1に懲りたはずが、実はそうではなかった。社会のあちこちに非合理・誤魔化しがはびこるという長期自滅過程が見えてきた。いまこそ虚構の権威を打ち破り、「自前」の科学を打ち建てるべく若い諸君の大勇に期待する。

\*1 84000 人が死んだ 1945.3.10 未明 279 機の B-29 による東京大空襲の米国ニュース映画の表題<sup>[96]</sup>

最後になったが、通読して建設的なご意見を頂いた小路利明氏と中川亜人氏に厚く御礼申し上げる。

[奥付]

ふじもり ひろあき

藤森 弘章

1945年4月 長野県諏訪市に生まれる。

諏訪清陵高校から 1969年早稲田大学理工学部応用物理学科卒業。

(株)東京精密を経て 1971年日本アイ・ビー・エム(株)へ。

データ・センターで技術系プログラムを開発。その後顧客企業の電算化を支援するシステムズ・エンジニアとして、自動車・造船・航空機などの製造企業における開発設計業務の、電子計算機を中核としたシステム化を手がけ、データの流れとシステムの視点が習い性となる。

隠居して取り組んだ特殊相対論も、慣性座標系システムを seeds と needs の両面から分析、全体と部分の調和に腐心する。学問との縁は 40年ぶりで、錆びついた鉄のほかは徒手空拳の無手勝流。

趣味は読書と自転車の遠乗り。2025年ころ没予想。



## 特殊相対性理論の数学的原理

発行 2012年7月13日 第1版

2014年8月29日 第1版 改訂

著・制作 藤森 弘章

事務所 〒160-0023 東京都新宿区西新宿 6-21-1-302

web site <http://spatim.sakura.ne.jp>

e-mail web site に記載

[裏表紙]

奉 行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ , 点  $p = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ , 納

関数  $\phi(p) = -cx^2 + by^2 + (a-d)xy$  において

恒等式  $\phi(Ap) \equiv |A| \phi(p)$

がなりたつ. ここに  $|A| = ad - bc$ .

2010年 日本 藤森弘章

算 額

ローレンツが汗と経験で求め  
 アインシュタインが山勘で建てた理論  
 ポアンカレの遺言により内部調和を掘り起こす