

## 第1章 序章

### § 1.1 速度合成定理の一般形の発見

相対性理論(単に相対論\*1ともいう)の本が科学書のなかで群を抜いて多いのは、相対性原理と光速不変の原理から出発して推論を進めるうちに、次々と意表を衝く奇妙な結論を繰り出す魔法にかかり、分かったようで分からない真実の乱麻(らんま)を断とうともがくからであろう。私も心底からは納得できないもやの中に、天才と凡才の遠い隔たりを痛く感じさせられてきた。

\*1本書で相対論というとき特殊相対論をいう。特殊相対論は慣性座標系だけを扱い、一般相対論は加速度をもつ座標系を主に扱う。

数式が載る本を見ると、ローレンツ変換に至る道筋はそれぞれに工夫をこらしてあり、最近では図解も添えてより洗練された説明に進化してきてはいるが、いずれも本質論を欠くのである。出発点は経験則による二大原理であり、こうすればうまく結論に至ることは理解できても、それらの原理は何故なのか、**科学は何故を追及しないのか**、と欲求不満に陥るのである。

さて、ローレンツ変換の次の段階として速度合成定理の導出に進むが、いずれの教科書も慣性系間の速度の定義とローレンツ変換を結び付けて、代数法によるかまたは微分法によるか、いずれかの方法で解析的にこの定理を導いている。その導き方は§ 5.4 節を参照されたい。これらの導出法は機械的で味気なく、その意味する所も自明ではない。

#### 速度合成定理

$$v_{13} = (v_{12} + v_{23}) / (1 + v_{12}v_{23}/c^2) = -v_{31} \quad (1-1)$$

$v_{ij}$  は慣性系  $i$  から慣性系  $j$  をみた相対速度で、 $v_{ij} = -v_{ji}$

この式を初等幾何学にみられるような簡明直截に導く解法は無いものか、と数式を遊ぶうちに、すべてを対称形に考えてたどり着いたのが、速度合成定理の一般形である。その道筋を以下に示す。

単純化のため直線上を相対速度  $v$  で等速運動している慣性座標系  $S_1(x_1, t_1)$  と

$S_2(x_2, t_2)$ を考え、それぞれの  $x$  軸の正方向を同じ方向にとり、時空の原点を一致させる。慣性系の時間を別々にとる( $t_1 \neq t_2$ )ところが味噌である。直線上の一点  $x$  における両系の座標対応をみる。両座標系において1次の座標対応関係を仮定すれば、 $S_1$  からみた  $S_2$  の原点( $x_2=0$ )の運動は  $x_1 = v_{12}t_1$  であるから、因数定理\*2により座標  $x_2$  は因数( $x_1 - v_{12}t_1$ )をもち、未知係数を  $\gamma(v)$  とすると次の式が成り立つ。

$$x_2 = \gamma(v_{12})(x_1 - v_{12}t_1) \tag{1-2a}$$

\*2 因数定理：多項式  $f(x,y)$  が  $f(a,y)=0$  であれば、 $f(x,y)$  は因数( $x-a$ )をもつ。

慣性座標系の相対的対称性により上式において添え字  $1 \leftrightarrow 2$  を入れ替えると

$$x_1 = \gamma(v_{21})(x_2 - v_{21}t_2)$$

が成り立つ。慣性系 1,2 は対等であり空間は等方的だから、 $v_{12} = -v_{21} = v$  である。係数  $\gamma(v)$  は  $v$  の未知関数で、 $v \rightarrow 0$  のとき  $\gamma(v) \rightarrow 1$  である。等方性により  $\gamma(v)$  は  $v$  の偶関数で  $\gamma(v_{12}) = \gamma(-v_{12}) = \gamma(v_{21})$  であるから上式は

$$x_1 = \gamma(v_{12})(x_2 + v_{12}t_2) \tag{1-2b}$$

となる。ここで光速不変の原理を適用すると  $x_1 = ct_1, x_2 = ct_2$  であるから、それぞれを式(1-2a,b)に代入して両式を掛け合わせると

$$x_2 x_1 = c^2 t_1 t_2 = \gamma(v_{12})^2 (c - v_{12})(c + v_{12}) t_1 t_2$$

よって

$$\gamma(v_{12}) = 1 / (1 - v_{12}^2 / c^2)^{1/2}$$

式(1-2a,b)から  $x_2$  を消去して  $t_2 = \gamma(v_{12})(-v_{12}x_1 / c^2 + t_1)$  (1-2c)

を得る。式(1-2a), (1-2c)が慣性系  $1 \rightarrow 2$  の時空座標変換を与えるローレンツ変換である。

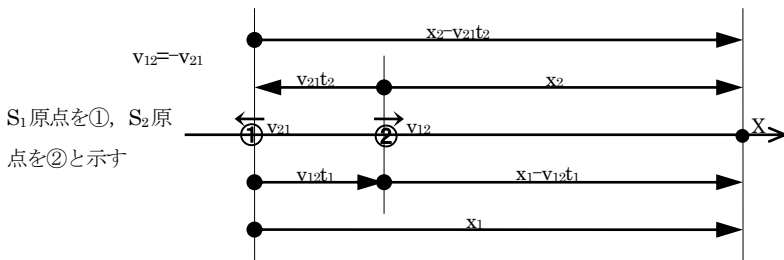


図 1-1 直線上の慣性系  $S_1, S_2$  の時空断面図

式(1-2a), (1-2b)と同様に  $n$  個の慣性系の関係を順次\*3慣性系  $S_i$  と  $S_{i+1}$  に適用

すれば

\*3 慣性系の順序は任意.

$$x_2 = \gamma(v_{12})(x_1 - v_{12}t_1), \quad x_1 = \gamma(v_{12})(x_2 + v_{12}t_2) \quad (1-2)$$

$$x_3 = \gamma(v_{23})(x_2 - v_{23}t_2), \quad x_2 = \gamma(v_{23})(x_3 + v_{23}t_3) \quad (1-3)$$

.....

$$x_n = \gamma(v_{n-1,n})(x_{n-1} - v_{n-1,n}t_{n-1}) \quad x_{n-1} = \gamma(v_{n-1,n})(x_n + v_{n-1,n}t_n) \quad (1-4)$$

最後に慣性系 n と 1 の関係式をたて、全慣性系の記述を完了する.

$$x_1 = \gamma(v_{n1})(x_n - v_{n1}t_n), \quad x_n = \gamma(v_{n1})(x_1 + v_{n1}t_1) \quad (1-5)$$

この関係式をじつと眺めると何か浮かんでは来ないか....

式(1-2) ~ 式(1-5)の両辺を左右それぞれ掛け合せると

$$\prod x_i = \prod \gamma(v_{ij})(x_i - v_{ij}t_i) = \prod \gamma(v_{ij})(x_j + v_{ij}t_j), \quad i=1 \sim n, \quad j=i+1 \quad *4 (1-7)$$

\*4  $\Pi$  はギリシャ文字  $\pi$  の大文字で掛け合せ記号,  $\prod x_i = x_1 x_2 \cdots x_n, \quad i=1 \sim n$

直線上の時空原点  $t_i=0, \quad x_i=0 \quad (i=1 \sim n)$  で閃光があったとして光速不変の原理を各慣性系に適用すると、光の軌跡は各慣性系で  $x_i = ct_i$  (光速を  $c$  とする) の関係があるから  $x_i - v_{ij}t_i = c t_i - v_{ij}t_i = (c - v_{ij})t_i$  となりこれを式(1-7)に代入して  $\prod \gamma(v_{ij})t_i$  を約すと、次の関係が成り立つ。(速度合成定理の一般形\*5)

$$(c - v_{12})(c - v_{23}) \cdots (c - v_{n1}) = (c + v_{12})(c + v_{23}) \cdots (c + v_{n1}) \quad (1-8)$$

あるいは 
$$\prod (c - v_{ij}) = \prod (c + v_{ij}) \quad *5 (1-9)$$

\*5 この表紙の式は可換特殊等方変換周回定理 式(2-12b) の一つの変形である.

問 1.1 (1) 式(1-9)において、 $n=3$  で展開して左辺を  $c^2$  としたとき右辺の形を求め.

(2)  $n$  まで展開したとき、 $c$  の奇数乗の項が消えることを確かめよ.

この美しい式の構造には何かがある。カッシーラーによれば

物理学的「帰納」の形式のうちにはすでに数学的「演繹」の形式が含まれている.

と。またキューリーの対称性原理によれば

ある因果関係において、原因に含まれる対称性は結果に反映される.

と。結果の対称性を吟味することは、原因の構造や対称性を推理する手掛りとなるだろう。式(1-9)の対称性を調べると

(1)  $c \leftrightarrow -c$  対称.....閃光の正負両方向で式は不変。(光速の等方性)

- (2)  $v_{ij} \leftrightarrow -v_{ij}$  対称 または  $v_{ij} \leftrightarrow -v_{ij}$  かつ  $c \leftrightarrow -c$  対称……速度方向は正負の区別なく式は不変。(速度の等方性=時空の半等方性)
- (3)  $i \leftrightarrow k$  置換可……慣性系の順序を任意に入れ替えても出発点に戻る限り式は成り立つ。(慣性系が対等である条件は  $c$  が定数であること)
- (4)  $f(v) = (c-v)/(c+v) = (1-v/c)/(1+v/c) = (1-\tanh \alpha)/(1+\tanh \alpha) = e^{-2\alpha}$   
 とおく. ここに  $\tanh \alpha = v/c = (e^\alpha - e^{-\alpha}) / (e^\alpha + e^{-\alpha})$ .  
 $f(v_{12}) f(v_{23}) \cdots f(v_{n1}) = 1$  より  $\exp -2(\alpha_{12} + \alpha_{23} + \cdots + \alpha_{n1}) = 1$ .  
 よって  $\alpha_{12} + \alpha_{23} + \cdots + \alpha_{n1} = 0$  (1-10)  
 となり指数の和が 0 となる.

と背後に数学的な構造があることを強く示唆するのである.

**問 1.2** (1) 式(1-1)において  $v_{12} = c$  または  $v_{12} = -c$  としたとき,  $v_{13}, v_{23}$  を求む.

(2) 式(1-1)より出発して数学的帰納法により式(1-9)を導け.

**問 1.3** 速度の等方性は時間の一方性を含むが何故か.

## § 1.2 光速度不変の原理による立論の疑問点

十年一昔というが, 特殊相対論は百年一昔の感がある. 1905年にアインシュタインが発表した論文「運動物体の電気力学」<sup>[71]</sup>は, その後拡張されこそすれ, 基本的な枠組みは不変であった. この間多数の実証実験がなされ, その正しさは益々ゆるがぬものになったと考えられている. 初心者に分かり難いとはいえ, 特殊相対論は掘り尽くされてしまった理論であり, いまさら研究者の論文にもならない, というのが専門家の見方である.

ところが「相対論は間違っている」式の異論・珍論・奇論・新論が今以後を絶たない. それらの多くは光速度不変の原理に異義を申し立てるものだという. 動く慣性系に平行な光の速度を測れば, 順行でも逆行でも同じである, とは直感的に信じ難いことであり, 何かの間違いではないかと疑うのである. 専門家はこれらの異論を端から相手にしないが, 唯一座標変換の繰返しが一つの座標変換となることを手掛りに, 時空の構造に限界速度が存在することを, 光速度不変の原理無しに証明できることが究明され<sup>[80-85]</sup>, 一定の学者層の支持を得て

いる。この説の概要を § 4.3 節に紹介する。

またピンは高名な物理学者の名著から、キリは陸続として出版される有象無象の解説書まで夥しい数の相対論の本であるが、光速度不変の原理に沿って説明するものがほとんどの中で、この原理に全く言及していない教科書<sup>[24]</sup>があり、中間的立場をとる専門書<sup>[25]</sup>がありで、いささか混乱した印象をうける。

振り返ってみれば 40 年前に受けた特殊相対論の講義は、そのスピードと不肖のさぼりで不覚をとってしまったが、それでも光速度不変の原理に対して「まえがき」に述べた疑問をもった。それを改めて検討整理し、次の三点に示す。

### (1) 光速度不変の原理の独立性に疑問

電磁気学の法則の一つに、光速は一定（普遍定数  $c$ ）があり、相対性原理によれば、これはいずれの慣性系においても成り立つ。光速度不変は原理というよりこれからの帰結である。ある本では

相対性原理とマクスウェルの電磁法則を併用すれば、光速度不変の原理を用いなくても相対性理論を作ることができる。しかし、これから従来の物理学の理論とは違う全く新しい理論体系を創り上げようという際に、その基礎としてマクスウェルの理論のような複雑なものを大前提として採用することは、好ましいことではない。なるべく簡単明瞭な、主張している内容が誰にも納得しやすいものを、原理として採用すべきである。

と主張しているが、真理を探求する学問としては十分条件を欠く。ガリレイ変換を否定する公理としてならば、より単純に「最高速度が存在しそれは光速である」とすべきである。

### (2) 時間の一方性\*1の条件を織り込んでいない

\*1 時間の一方性とは同一質点に起きる時間的連続事象の順序が誰から見ても同じ順序であること。

アインシュタインの論文<sup>[71]</sup>では、序文で二つの仮定（二大原理）が運動物体の電気力学を建設するための十分な土台であり、またその帰結として光エーテル（絶対静止空間）の概念が無用になるとしている。しかしこの土台には空間の等方性は用いられてはいるが、時間が一方的であることが用いられていない。

空間の等方性と時間の一方性と慣性系の対等を礎石に据えて立論するとどう

なるか. 論文では

光速度不変と各慣性系の物理法則は同一  $\Rightarrow$  電気力学の対称  $\Rightarrow$  絶対静止系無用  
と主張するが, 速度合成定理の一般形の式(1-9)を見ると

慣性系の対等と時空の半等方線型性  $\Rightarrow$  任意  $i \Leftrightarrow k$  可換  $\Rightarrow$  最高普遍速度の存在  
と読み解くこともできる.

仮定から理論を確立する過程は

仮説を立てる  $\Rightarrow$  仮説から演繹して数式を導く  $\Rightarrow$  数式を実験で検証する

という手順を踏むが, ここで難しいのは, 実験で数式の正しさが実証されたから  
らといって, 必ずしも仮説までが正しいとは言えないことである. 例えばピタ  
ゴラスの定理を仮説として幾何学を建設するとしたら, それは部分的には正し  
くない幾何学である. いやユークリッド幾何学でさえも, そのよって立つ公準  
の所以(ゆえん)を掘り下げるべきかもしれないのである. ( $\rightarrow$  § 2.5)

(3) 慣性系の相対速度が光速を決める正統性に疑問  
速度合成定理の式(1-1)を変形すれば

$$c^2 = -v_{12}v_{23}v_{31} / (v_{12} + v_{23} + v_{31})$$

となる. 三つの慣性系の相対速度を知れば光速が定まる形となっているが, ま  
ったく光が関係しない世界でも相対速度  $v_{12}$ ,  $v_{23}$ ,  $v_{31}$  は存在し, それらから  
光速が決まるとは不思議であり, その正統性が理解できない.

ある本に, 「**特殊相対論は線型代数にすぎない**」とか「**ローレンツ群における不変式  
論である**」という悟った表現に出会い, 心躍らせて読み進めると, 肝心の所  
が帰納論でがっかりさせられる. 特殊相対性理論の立論の弱点は, 時空の半等  
方線型性という最も基礎的な土台において, その条件の必要十分な検討を欠く  
ため, 現象論的推論に立脚せざるを得ず, 単純な公理からの論理の積み上げと  
いう明快さと堅固さ——ユークリッド幾何学の公準と定理にみられるような—  
—を欠くことにある. その道の碩学(せきがく)かもしれないが信心深い人ならばいざ  
知らず, 本質を突き詰めて考える人や「**すべてのことを疑え**」とするデカルトや

K. マルクスの性向の人には、何故 why を欠く弱点が根本から納得できない壁の一つとなっている。「もう 100 年も経つのに、そろそろ自らの頭を使え」と冥界の大天才から叱声\*1 が聞こえて来るような気がする。

\*1 アインシュタイン「事物の整序に際して有用と認められた概念はとかく権威を帯びがちであり、その起源は忘れられ、動かしがたい所与であるかのように受けとられやすい」<sup>[31]</sup>

### § 1.3 発想と理論の粗筋<sup>あらすじ</sup>

まず式(1-9), (1-10)と似た式として  $x^n=1$ ,  $n=n_1+n_2+\dots+n_m$  がある。空間の 1 次変換という意味では行列が登場する。x を  $2 \times 2$  行列  $A$  で置き換えれば平面上の不動点方程式は  $A^n \mathbf{p} = \mathbf{p}$  であるが、 $\mathbf{p}$  を任意点とすれば  $A^n = E$  (恒等変換) が成り立つ。様々な行列  $A$  で点  $\mathbf{p}$  を逐次変換  $\mathbf{p} \rightarrow A\mathbf{p} \rightarrow A \cdot A\mathbf{p} \rightarrow \dots \rightarrow A^n \mathbf{p}$  の手計算をするうちに、点  $\mathbf{p}$  の軌跡が楕円となる場合があった。よく調べれば  $|A|=1$  のとき  $A$  で決まる 2 次曲線上を点  $A^i \mathbf{p}$  ( $i=0 \sim n$ ) が動くのである。ついに次の恒等式を見つけた。(→付録 A)

$$\phi \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \phi(\mathbf{p}) \text{ と書けば } A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad |A|=1 \text{ のとき}$$

$$\phi(A\mathbf{p}) \equiv |A| \phi(\mathbf{p}) = \phi(\mathbf{p}) = -cx^2 + by^2 + (a-d)xy \quad (1-11)$$

ここで  $a=d, -c=b=1$  とすれば  $\phi(\mathbf{p}) = x^2 + y^2$  となり、これはユークリッド平面の距離の 2 乗(座標変換不変量)である。 $a=d, c=b=1$  とすれば  $\phi(\mathbf{p}) = -x^2 + y^2$  となり、これは特殊相対論という時空不変量である。これより空間・時間の対称性が  $a, b, c, d$  を決めることを直観した。あとははめ絵を嵌めていくように部分と部分の理屈を詰めて繋げていった。これを要約すれば「慣性系群の線型時空の対称性と、対等な座標系という構造の下には、おのずと最高普遍速度が存在する」というものである。まだ詰めきれない部分もあるが、これが粗筋である。その後幾多の古書に当たってみたが、リーマンやクラインやポアンカレなどの先人達が、極めて意義深いことを書き残しているのを知って驚きであった。

以下に拙論の粗筋を示す。

0)  $2 \times 2$  行列  $A$  について式(1-11)が成り立つ.  $\phi(\mathbf{p})$  を 2 次不変関数という.

1)  $\phi(\mathbf{p}) = -kx^2 + y^2 + 2hxy$ ,  $k=c/b$ ,  $2h=(a-d)/b$  と変形すると, 係数  $k, h$  が出現し, それは行列群の可換条件を示す定数と一致する.  $k, h$  を可換係数とよぶ.

2)  $2 \times 2$  行列  $S$  について  $|S|=1$  のとき式(1-11)は  $\phi(S\mathbf{p}) = \phi(\mathbf{p})$  となるので点  $\mathbf{p}$  と,  $S$  による変換点  $S\mathbf{p}$  はともに 2 次不変関数  $\phi(\mathbf{p})$  上にあり, 行列  $S$  は  $\mathbf{p}$  と  $S\mathbf{p}$  による原点回りの偏角 ( $\theta = \angle \mathbf{p} - \mathbf{O} - S\mathbf{p}$ ) で表現できる.

3) 行列  $A$  を倍率と偏角で表現する藤森形式は  $A = |A|^{1/2} S(\theta, k, h)$  として

$$S = \begin{pmatrix} \cos\theta + \frac{h}{\sqrt{-D}} \sin\theta & \frac{1}{\sqrt{-D}} \sin\theta \\ \frac{k}{\sqrt{-D}} \sin\theta & \cos\theta - \frac{h}{\sqrt{-D}} \sin\theta \end{pmatrix} \text{ または } S = \begin{pmatrix} \cosh\theta + \frac{h}{\sqrt{D}} \sinh\theta & \frac{1}{\sqrt{D}} \sinh\theta \\ \frac{k}{\sqrt{D}} \sinh\theta & \cosh\theta - \frac{h}{\sqrt{D}} \sinh\theta \end{pmatrix}$$

である. ただし  $|S|=1$ ,  $D=k+h^2 \neq 0$  である. 可換係数  $k=-1, h=0$  のとき左の  $S$  は回転変換を,  $k>0, h=0$  のとき右の  $S$  はローレンツ変換を表わす.

4) 2 次不変関数  $\phi(\mathbf{p})=s$  の描く軌道上の点  $\mathbf{p}_i$  の変換  $S_{ij} \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_j$  による逐次変換の周回は, 合成すると恒等変換となる.  $S(\theta_{n1}) \cdots S(\theta_{23}) S(\theta_{12}) = E$

### 5) 時空公理

宇宙は一様な時空間であり, 慣性座標系群が存在する.

I 慣性座標系は 4 次元線型空間であり, 座標系は互いに対等である.

II 空間は等方的であり, 時間は一方的である.

6) 二つの対等な座標系が等方平面にもつ相対的な対称性により, 座標変換の型が特殊等方変換  $S$  に特定される.  $S = \begin{pmatrix} a & b \\ kb & a \end{pmatrix}$ ,  $|S|=1$ , 等しい対角元.

また  $n$  個の逐次変換の周回において, 変換の線型性と平面の等方性により  $S$  は可換でなければならず, 可換係数  $k$  が軌道上の変換行列  $S$  で共通定数となる. このとき 2 次不変関数は  $\phi(\mathbf{p}) = -kx^2 + y^2$  となる.

7) ユークリッド平面のように全等方平面では  $x, y$  同格だから可換係数が  $k=-1$ , 時空間のように時間が一方的な半等方平面では可換係数が  $k \geq 0$  となる. ガリレイ変換 ( $k=0$ ) は無限大速度を許し, 時間一方の公理に反するので, 時空に成り立つ座標変換はローレンツ変換 ( $k>0$ ) である.

8) ローレンツ変換のもつ不変関数  $\phi(\mathbf{p}) = -kx^2 + y^2$  の漸近線は  $y=t$  (時間) として  $x = \pm k^{-1/2} t$  である. 可換係数  $k^{-1/2} = c$  は時空のもつ最高速度を表わし, 慣性座標系に共通の定数である. この定数  $c$ こそ光速である結論される.

9) 可換係数  $k$  を介して等方平面幾何学(拡張ユークリッド幾何学)が展開する.



## § 1.4 数学史と物理学史の対照

古代ギリシャ文明の金字塔の一つにユークリッドの『幾何原本』(全 13 巻, BC300 年頃)<sup>[00]</sup>がある。現代に至るもその輝きを放ち続けているのは、見逃された暗黙の前提があるとはいえ、何故かを深く探究した成果である所の、基礎部分の頑丈さにある。点・線・面などの基礎概念の定義と、数学全般にわたる数個の自明な公理および幾何学特有の五つの公準を土台として、綿密な論証により定理・命題を有機的に積み上げ、壮麗な幾何学の殿堂を建立している。江戸期に起こった「和算」\*1 が論証を欠き、専ら算法や計算に偏ったことに比べ、『幾何原本』が何故 why を問い詰めた結果、より深い基礎のより高い建築をみるのである。

\*1 和算は例えば連立 1 次方程式を行列式で解き、円周率を 42 桁求めるに至った。

この伝統が受継がれて、ガリレイの『新科学対話』1638<sup>[15]</sup>では慣性の原理や落下の法則が定義・公理・定理の形式で述べられ、またニュートンの『プリンキピア』1687<sup>[17]</sup>もこの形式を踏襲(とうしゅう)している。

しかしその後の物理学の発展において、観測や実験の精密化に伴う旧来の定説や概念の逆転がしばしば起こり、ユークリッド以来の伝統を守ることが難しくなった。例えば

天動説 → 地動説

光速の瞬達説 → 有限説                      場の遠隔作用説 → 近接作用説

時空の絶対説 → 相対説                      エーテルの存在説 → 否定説

光の粒子説 → 波動説 → 光量子説(両面説)

物理量の連続量説 → 離散量説

により、関連分野の物理学はその都度基礎からの建て替えに迫られた。

その結果個々に孤立した定義・原理・仮説(要請・仮定)・法則・公式・定理などが歴史的に存在し、中には同じ名称で原理と法則が混在し、他の原理から証明できる原理がありと、ばらばらで統一を欠くように見える。

そんな状況の下にあって 1900 年に数学者ヒルベルトが、直面する課題を選択して「23 の問題」として発表した中に、第 6 問題として「物理学は公理化できるか」\*2 があったが、その後公理化について進展した様子はない。プラトン

の昔から学問の根底には**なぜか**を問うという知的勇気があったればこそ、科学は革新され創造され前進してきたのである。しかし 20 世紀に入ると、**自明なものから出発する**という基本からはますます遠ざかってしまい、先端物理学は門外漢にとって近づき難い学問になり、その進歩が鈍ったように見える。

**\*2** 物理学者は、理論を発展させるなかで、実験結果によっては新たな仮定を設定せざるをえないことが多い。新たな仮定が従来の公理と矛盾しないかを見極めるにあたっては、物理学者は、実験やある種の物理的な直観に頼っている。これは理論を厳密で論理的に構築する際には許されないやり方である。

ヒルベルト 1900 講演より<sup>[27]</sup>

こうした中であって、特殊相対論は守備範囲が狭い運動学、即ち時空の幾何学が中心であり、論理構造も単純で公理化には格好の分野である。本書では定義・公理・定理という伝統形式に倣って特殊相対論を構築し、時空については what に留まることなく、対称性の観点から why についてもより深く掘り下げてみた。

**問 1.5** 『幾何原本』命題 5「二等辺三角形の底角は互いに等しい」を三角形の二辺挟角合同定理を用いて 3 通り以上の方法で証明せよ。

**問 1.6** 古代ギリシャにおいて、大地が球形であることは推察されていたが、どのように推論したのか考察せよ。

**問 1.7** アレクサンドリア在住のエラトステネス(BC275-194)は「年に一度夏至の日の正午にシエネの深井戸に太陽が写る」と聞いて地球の大円周の長さを計算した。ナイル川上流の都市シエネはアレクサンドリアから南に歩測で凡そ 5000 スタジア<sup>\*2</sup>であり、アレクサンドリアの夏至の太陽の南中高度は 82.8 度であった。どう計算したか。計算結果を実長約 40,000km と比較せよ。

ヒント：地球に到達する太陽光線は平行と考えてよい。

**\*2** 1 スタジア  $\approx$  185m (一つの説)は競技場の長さ → スタジアムの語源